

**1. Klausur 12/II (Q1.2)**Dauer: 180 Minuten (8:00 - 11:00 Uhr) – *insges. 198 Punkte*Name: www.r-krell.de

Hilfsmittel: Taschenrechner Casio fx-CG 20; Formelsammlung „Das große Tafelwerk“ (Cornelsen)

\* *Achte auf sorgfältige Darstellung mit vollständigem, nachvollziehbarem Lösungsweg!* \***1) Ergebnis, Häufigkeit, Erwartungswert... (24 Punkte)**

- a) [1+1+4=6 P] Ein Glücksrad hat 5 gleiche Sektoren, beschriftet mit S, P, A, S, S.
- a1) Nenne die Ergebnismenge  $\Omega_1$  für 1 x Drehen, wenn der erreichte Buchstabe interessiert
- a2) Nenne die Ergebnismenge  $\Omega_2$  für 1 x Drehen, wenn nur interessiert, ob das Rad bei einem V = Vokal (Selbstlaut) oder einem K = Konsonanten (Mitlaut) stehen bleibt
- a3) Nenne die Ergebnismenge  $\Omega_3$ , wenn zweimal gedreht und das so erhaltene Buchstabenpaar notiert wird.
- b) [7 P] Der Versuch aus a1) wurde 13 mal durchgeführt mit nebenstehender Urliste. Nenne die absoluten Häufigkeiten sowie die relativen Häufigkeiten für jedes Ergebnis; letztere als Bruch, als Kommazahl sowie in Prozent.
- c) [7 P] Jetzt wird das Rad viele Tausend mal gedreht und jeweils wie in b) der Buchstabe notiert. Kennzeichne hier folgende Aussagen mit [w] (wahr) oder [f] (falsch): [ ] die absoluten Häufigkeiten werden immer größer, [ ] die relativen Häufigkeiten der 3 Buchstaben werden allmählich gleich, [ ] die relativen Häufigkeiten nähern sich den Wahrscheinlichkeiten, [ ] die Wahrscheinlichkeiten werden immer größer, [ ] die relative Häufigkeit von S geht gegen 60%, [ ] die absolute Häufigkeit von A wird 20%, [ ] die Wkt. für P ist 20%.
- d) [4 P] Um einmal am Glücksrad drehen zu dürfen, muss man 1 € Einsatz bezahlen. Erscheint das ‚A‘, so erhält man 2 €; bei ‚P‘ gibt's 1 € und bei einem ‚S‘ werden 0,50 € ausgezahlt. Berechne den Erwartungswert und verändere ggf. den Einsatz so, dass das Spiel fair wird.

S	P	A

**2) Bäume und Kombinatorik (80 Punkte)**

- a) In einem Behälter befinden sich noch 5 gelbe, 1 roter und 2 weiße Bonbons. Ein Karnevalist entnimmt ohne Hinzuschauen 3 Kamelle, um sie beim nachgeholtten Karnevalszug zu werfen.
- a1) [22 P] Zeichne einen vollständigen Baum: Es interessiert, welche Farbe der erste, der zweite und der dritte gezogene/geworfene Bonbon hat. Beschrifte alle Äste und berechne für alle Äste die (Pfad-)Wahrscheinlichkeit.
- a2) [7 P] W sei die Anzahl der weißen Bonbons unter den drei in a1) gezogenen. Bestimme [mit den Werten aus a1)] die Wahrscheinlichkeiten  $P(W=1)$ ,  $P(W=2)$  und  $P(W=3)$ .
- b) Die KG (Karnevalsgesellschaft) HiTech hat auf ihrem Prunkwagen eine automatische Förderanlage installiert. Per Fließband werden die Karnevalisten mit Wurfmaterial versorgt, das aus einem riesigen, gut durchmischten Vorratsbehälter kommt, der mit 15 000 gelben und 35 000 blauen Kamellen befüllt war. Ein Karnevalist nimmt die nächsten 3 Bonbons vom Band. Es interessiert die Anzahl X der gelben Bonbons unter diesen drei ‚gezogenen‘ Kamellen.
- b1) [4 P] Erläutere, ob/warum hier von einem Bernoulli-Versuch ausgegangen werden kann.
- b2) [5 P] Nenne die Bernoulli-Formel allgemein und mit konkretem n, k, p, q und berechne mit Zwischenergebnissen von Hand die Wkt.  $P(X=2)$ .
- b3) [3 P] Notiere, wie man die Einzelwkt.  $P(X=2)$  mit der Summentabelle ermitteln kann, lies passende Tabellenwerte von Seite 45 der Formelsammlung, notiere und berechne.
- b4) [4 P] Auf Seite 45 fehlt bei n=3 eine Zeile für k=3. Könnte man  $P(X=3)$  trotzdem ähnlich wie in b3) mit der Summentabelle bestimmen?
- c) [12 P] Ein Karnevalist der KG HiTech will wenigstens einen gelben Bonbon dabei haben ( $p_{\text{gelb}} = 0,3$ ). Wie viele Bonbons muss er mindestens blind vom Band greifen, damit mit mindestens 99,5%-iger Sicherheit mindestens ein gelber Bonbon unter den k gegriffenen Kamellen ist? Berechne mit nachvollziehbarem und erläuterten Lösungsweg!
- d) Der Verein KG HiTech hat 57 aktive Mitglieder, nämlich 28 Männer und 29 Frauen. Auf den Karnevalswagen passen aber nur 8 Personen, die ausgelost werden.
- d1) [8 P] Berechne, wie viele verschiedene (Teil-)Mengen von 8 Personen aus den 57 Mit-

gliedern gebildet werden können. Beschreibe und begründe, ob die Auswahl der 8 Mitfahrer einem Urnenversuch mit oder ohne Zurücklegen und/oder einer Ziehung mit oder ohne Beachtung der Ziehungsreihenfolge gleicht. Nenne die Formel erst allgemein und rechne dann.

- d2) [5 P] Jetzt sollen 4 Frauen und 4 Männer auf den Wagen. Berechne wieder die Anzahl verschiedener Wagenbesetzungen.
- d3) [10 P] Während bisher nur interessierte, wer überhaupt auf den Wagen kam, sollen jetzt sogar bestimmte Plätze vergeben werden. Dazu werden die Plätze auf dem Wagen von 1 bis 8 nummeriert. Berechne, wie viele verschiedene Sitzbelegungen möglich sind, wenn
- (1) die 8 verschiedenen Sitzplätze unter allen 57 Mitgliedern ausgelost werden
  - (2) die 4 Sitzplätze mit geraden Nummern unter den Frauen und die 4 ungeraden Plätze unter den Männern verlost werden

3) Alternativ- und Signifikanztests;  $\sigma$ -Regeln (94 Punkte)

- a) Der Karnevalsverein bezieht Kekse von zwei verschiedenen Herstellern. Hersteller I überzieht ein Drittel seiner Kekse mit Schokolade; Hersteller II liefert 50 % der Kekse mit Schokoüberzug. Bei einem gelieferten Karton ging das Absender-Etikett verloren. Mit einer Stichprobe soll entschieden werden, ob der Karton eher von Hersteller I oder von Hersteller II stammt. Dazu werden aus dem Karton ohne Absender zufällig 16 Kekse ausgewählt. Haben bis zu 6 Kekse einen Schoko-Überzug, soll der Karton beim Hersteller I, sonst beim Hersteller II bezahlt werden.
- a1) [7 P] Berechne die Wkt., dass Hersteller I kein Geld bekommt, obwohl der Karton von ihm stammt.
  - a2) [6 P] Bestimme die Wkt., dass Hersteller I Geld bekommt, obwohl der Karton gar nicht von ihm stammt.
  - a3) [5 P] Versuche nach a1) und a2) kurz zu überlegen, wie groß die Wkt. ist, dass richtig entschieden bzw. richtig bezahlt wird (Text; keine Rechnung).
- b) Bisher waren nach dem Zug immer 60% der teilnehmenden Karnevalisten heiser. Der Zugleiter hofft, dass nach dem Zug im März weniger Karnevalisten heiser sind, weil die Stimmen nicht so stark vorgeschädigt waren. 25 Teilnehmer werden nach dem Zug befragt.
- b1) [3 P] Stelle begründet die Nullhypothese  $H_0$  auf.
  - b2) [8 P]  $H_0$  soll abgelehnt werden, wenn höchstens 11 der 25 Befragten heiser sind. Berechne das Risiko 1. Art und beschreibe, was der Fehler 1. Art hier bedeutet.
  - b3) [10 P] Beschreibe den Fehler 2. Art und gib begründet an, ob der Fehler 2. Art gemacht wird, wenn im März in Wirklichkeit (1) 40% oder (2) 80 % aller Teilnehmer heiser sind. Berechne mit dem richtigen Prozentsatz und der Regel aus b2) das Risiko 2. Art.
  - b4) [4 P] Bei der durchgeführten Befragung waren schließlich 13 der 25 Teilnehmer heiser. Gib an, wie entschieden wird, und ob der Zugleiter mit seiner Vermutung recht hatte.
- c) Bekanntlich trinken normalerweise 10 % der Karnevalisten zu viel Alkohol. Vermutlich ist diesmal der Anteil der Trinker noch gestiegen, weil vorher eine längere Durststrecke war. Deswegen soll  $H_0: p \leq 0,10$  an 50 Probanden mit höchstens 5 % Irrtumswkt. getestet werden.
- c1) [10 P] Erstelle die Entscheidungsregel und gib an, wie entschieden wird/was es bedeutet, wenn tatsächlich (1) 7, (2) 9 bzw. (3) 12 der Probanden zu viel getrunken haben.
  - c2) [10 P] In Wirklichkeit haben diesmal (1) ein Sechstel bzw. (2) 30% der Karnevalisten zu viel getrunken. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nach der in c1) aufgestellten Regel trotzdem nicht gegen  $H_0$  entschieden wird? Benenne den Fehler und begründe, warum das Risiko bei (2) viel geringer als bei (1) ist.
- d) Die Karnevalisten haben sehr billig eine große Menge Karnevalsorden bestellt. Bei dem günstigen Preis dürfen 20 % der Orden falsch gestanzt sein. Die Qualität der ganzen Lieferung soll auf Grund einer Stichprobe, bestehend aus 12 zufällig entnommenen Orden, beurteilt werden.
- d1) [4 P] Sind mehr als 4 der 12 überprüften Orden schlecht gestanzt, wird die Lieferung an den Hersteller zurück geschickt. Berechne das Risiko 1. Art.

- d2) [4 P] Ermittle für die Regel aus d1) das Risiko 2. Art, wenn tatsächlich ein Drittel aller gelieferten Orden schlecht gestanzt sind.
- d3) [4 P] Der Stichprobenumfang wird auf 18 erhöht. Die Irrtumswkt. (für die fälschliche Rücksendung einer Lieferung mit einem Anteil schlechter Orden von  $p \leq 0,20$ ) soll höchstens 8 % betragen. Stelle die Entscheidungsregel auf.
- d4) [3 P] Gib für die Entscheidungsregel aus d3) und wieder  $p = \frac{1}{3}$  das Risiko 2. Art an.
- d5) [5 P] Im Zusammenhang mit der Kontrolle von Lieferungen spricht man oft vom Abnehmer-Risiko (Abnehmer ist hier der Karnevalsverein, der die Orden kauft) sowie vom Lieferanten-Risiko (Lieferant ist hier der Hersteller der Orden). Beschreibe beide Risiken und ordne sie möglichst begründet den Fehlern 1. und/oder 2. Art zu.
- d6) [3 P] Die Erhöhung des Stichprobenumfangs hat sowohl das Risiko 1. Art wie das Risiko 2. Art verringert. Erläutere kurz, warum in der Praxis trotzdem oft mit kleinen statt mit sehr großen Stichproben gearbeitet wird.
- e) [8 P] Wie man weiß, rufen 87,2 % der Zuschauer beim Düsseldorfer Karnevalszug richtig „Helau“ (während die restlichen „Alaaf“ oder andere Ausrufe tätigen) – so auch am Sonntag. Nach offiziellen Angaben gab es 1,1 Millionen = 1 100 000 Zuschauer. Bestimme mit den  $\sigma$ -Regeln den Bereich bzw. eine Ober- und Untergrenze für die Zahl der „Helau“-Rufer, wenn die richtige Zahl (1) mit 57,6%-iger Sicherheit bzw. (2) mit 95%-Sicherheit in dem von dir genannten Bereich liegen soll.



© B. K. Krenn  
www.r-krenn.de